

Devoir libre n°1 — Mathématiques

Tronc commun scientifique · TCSF-10 · TCSF-11 · TCSF-12

Semaine 3 — remis aux élèves le samedi 26 septembre 2026

À rendre en semaine 5 — correction en classe la semaine du 5 octobre 2026 · Barème sur 20 points

Nom et prénom :	Classe :	Note : / 20
-----------------------	----------------	-------------------

Consignes. Ce devoir est un **travail personnel à faire à la maison** : il ne s'agit pas d'une épreuve chronométrée, mais d'un entraînement à la recherche et à la rédaction. Rédigez sur une copie séparée, en soignant la présentation, les figures et la justification de chaque étape ; une réponse juste mais non justifiée ne rapporte aucun point. Vous pouvez consulter votre cours et vos séries d'exercices, mais le travail doit être personnel.

Progression. L'exercice 3 porte sur la projection dans le plan, leçon achevée en semaine 5 : commencez par les exercices 1 et 2.

Exercice 1 — Arithmétique dans $\mathbb{N}$

12 points

Partie A.

- Décomposer 1 512 et 1 764 en produits de facteurs premiers. (1,5 pts)
- En déduire PGCD(1 512 ; 1 764) et PPCM(1 512 ; 1 764). (1,5 pts)
- Rendre irréductible la fraction $\frac{1512}{1764}$. (1 pt)
- Un fleuriste dispose de 1 512 tulipes et de 1 764 roses. Il souhaite composer des bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs. Quel est le nombre maximal de bouquets ? Combien de fleurs de chaque sorte contient alors un bouquet ? (2 pts)
- Partie B.** Soit n un entier naturel. Montrer que $n^2 + n + 1$ est impair. (1,5 pts)
- Montrer que la somme de trois entiers naturels consécutifs est un multiple de 3. (1,5 pts)
- Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que $A = 2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ est un multiple de 7. (1,5 pts)
- Déterminer tous les entiers naturels n tels que $(n + 3)$ divise $(n + 11)$. (1,5 pts)

Exercice 2 — Calcul vectoriel

5 points

ABCD est un parallélogramme. I est le milieu de [AB] et J celui de [BC].

- Montrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$. (1,5 pts)
- Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$. (1 pt)
- En déduire que les droites (IJ) et (AC) sont parallèles et que $IJ = \frac{AC}{2}$. (1 pt)
- Soit G le point défini par $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AK}$, où K est le milieu de [BC], puis en déduire que A, G et K sont alignés. (1,5 pts)

Exercice 3 — Projection dans le plan

3 points

ABC est un triangle. M est le point de [AB] tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N. On note I le milieu de [BC].

- Montrer que $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$. (1,5 pts)
- On donne $AC = 10$ cm. Calculer AN et NC. (0,75 pt)
- La droite (AI) coupe (MN) en P. Montrer que P est le milieu de [MN]. (0,75 pt)

