Devoir libre n°1 — Mathématiques

Tronc commun scientifique · TCSF-10 · TCSF-11 · TCSF-12

· **Correction en classe la semaine du 12 octobre 2026** · Barème sur 20 points

Nom et prénom : ……	Classe : ……	Note : …… / 20

Consignes. Ce devoir est un **travail personnel à faire à la maison** : il ne s'agit pas d'une épreuve chronométrée, mais d'un entraînement à la recherche et à la rédaction. Rédigez sur une copie séparée, en soignant la présentation, les figures et la justification de chaque étape ; une réponse juste mais non justifiée ne rapporte aucun point. Vous pouvez consulter votre cours et vos séries d'exercices, mais le travail doit être personnel.

Exercice 1 — Arithmétique dans $\mathbb{N}$ — 12 points

Partie A.

1. Décomposer 1512 et 1764 en produits de facteurs premiers. (1,5 pt)
2. En déduire $PGCD(1512;1764)$ et $PPCM(1512;1764)$. (1,5 pt)
3. Rendre irréductible la fraction $\frac{1512}{1764}$. (1 pt)
4. Un fleuriste dispose de 1512 tulipes et de 1764 roses. Il souhaite composer des bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs. Quel est le nombre maximal de bouquets ? Combien de fleurs de chaque sorte contient alors un bouquet ? (2 pts)
5. **Partie B.** Soit n un entier naturel. Montrer que n^2+n+1 est impair. (1,5 pt)
6. Montrer que la somme de trois entiers naturels consécutifs est un multiple de 3. (1,5 pt)
7. Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que $A = 2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ est un multiple de 7. (1,5 pt)
8. Déterminer tous les entiers naturels n tels que $(n+3) divise (n+11)$. (1,5 pt)

Exercice 2 — Calcul vectoriel — 5 points

ABCD est un parallélogramme. I est le milieu de [AB] et J celui de [BC].

1. Montrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$. (1,5 pt)
2. Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$. (1 pt)
3. En déduire que les droites (IJ) et (AC) sont parallèles et que $IJ = \frac{AC}{2}$. (1 pt)
4. Soit G le point défini par $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$. Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AK}$, où K est le milieu de [BC], puis en déduire que A, G et K sont alignés. (1,5 pt)

Exercice 3 — Projection dans le plan — 3 points

ABC est un triangle. M est le point de [AB] tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N. On note I le milieu de [BC].

1. Montrer que $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$. (1,5 pt)
2. On donne AC = 10 cm. Calculer AN et NC. (0,75 pt)
3. La droite (AI) coupe (MN) en P. Montrer que P est le milieu de [MN]. (0,75 pt)

Fin du devoir — prenez le temps de chercher.