

Devoir libre n°1 — Mathématiques

1^{re} année baccalauréat — sciences expérimentales · 1BACSEF-5

Semaine 3 — remis aux élèves le samedi 26 septembre 2026

À rendre en semaine 5 — correction en classe la semaine du 5 octobre 2026 · Barème sur 20 points

Nom et prénom :	Classe :	Note : / 20
-----------------------	----------------	-------------------

Consignes. Ce devoir est un **travail personnel à faire à la maison** : il ne s'agit pas d'une épreuve chronométrée, mais d'un entraînement à la recherche et à la rédaction. Rédigez sur une copie séparée, en soignant la présentation, les figures et la justification de chaque étape ; une réponse juste mais non justifiée ne rapporte aucun point. Vous pouvez consulter votre cours et vos séries d'exercices, mais le travail doit être personnel.

Progression. Les questions 5 à 9 de l'exercice 2 relèvent de la fin du chapitre « Généralités sur les fonctions », achevé en semaine 5.

Exercice 1 — Notions de logique

7 points

- Donner, en justifiant, la valeur de vérité de chacune des propositions : (a) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : (x + y)^2 = x^2 + y^2$; (2 pts)
(b) $(\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 - 3x + 2 = 0$; (c) $(\forall n \in \mathbb{N}) : n^2 + n$ est pair ; (d) $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : x + \frac{1}{x} \geq 2$.
- Soient p et q deux propositions. Dresser la table de vérité de $(p \implies q)$ et celle de $(\text{non } q \implies \text{non } p)$, puis conclure. (1,5 pts)
- Montrer par contraposée que, pour tous réels x et y : si $x \neq y$ alors $(x + 1)(y - 1) \neq (x - 1)(y + 1)$. (1,5 pts)
- Montrer par l'absurde que si a est rationnel et b irrationnel, alors $a + b$ est irrationnel. (1 pt)
- Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}^* : 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. (1 pt)

Exercice 2 — Généralités sur les fonctions numériques

13 points

Partie A. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

- Écrire f(x) sous forme canonique. (1,5 pts)
- Dresser le tableau de variations de f et préciser son extremum. (1,5 pts)
- Résoudre $f(x) = 0$ et en déduire le signe de f(x) suivant les valeurs de x. (1,5 pts)
- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = |f(x)|$. Dresser le tableau de variations de g. (2 pts)
- Partie B.** On pose $h(x) = \sqrt{x - 1}$ et $k(x) = \frac{1}{(x + 2)}$. Déterminer D_h et D_k . (1 pt)
- Déterminer $(k \circ h)(x)$ et son ensemble de définition. (1,5 pts)
- Déterminer $(h \circ k)(x)$ et son ensemble de définition. (1,5 pts)
- Montrer, à l'aide du taux d'accroissement, que h est strictement croissante sur $[1 ; +\infty[$. (1,5 pts)
- Étudier la parité de la fonction m définie sur $\mathbb{R}$ par $m(x) = x^4 - 3x^2 + 1$. (1 pt)